

Ejercicios Preparatorios PEP 3

(1) Descomponer en Fracciones Parciales

$$h(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x^3 + x^2 - 2}$$

(2) Calcule $Re \left(\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{64} \right)$

(3) Si $z = 4 - 4\sqrt{3}i$ entonces calcule:

(i) $|z|$

(ii) $Im(z^{27})$

(iii) $\left| z - \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right|$

(4) Si $z_0 = 4 - 4\sqrt{3}i$ entonces determine el conjunto

$$S = \{z \in \mathbb{C} \mid z^3 - z_0 = 0\}$$

(5) Si $z = \frac{4(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})}{5(2+i)}$. Calcule

(i) $Re(z)$

(ii) $|z|$

(6) Considere el sistema lineal.

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 7 \\ x + 2y + z = 0 \\ -\alpha x + y + 3z = 1 \end{array} \quad (*)$$

Determine los conjuntos

$$S = \{\alpha \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene solución}\}$$

$$S = \{\alpha \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ no tiene solución}\}$$

(7) Sea S el conjunto solución del sistema homogéneo.

$$\begin{array}{r} 2x + 3y - z = 0 \\ x + \quad + 2z = 0 \\ 3x + 3y + z = 0 \end{array} \quad (*)$$

entonces

- (i) Determine un conjunto de generadores para S
- (ii) Determine una base para S
- (iii) Calcule $\dim_{\mathbb{R}}(S)$

(8) Si S_1 es el conjunto solución del sistema $AX = 0$ y S_2 es el conjunto solución de $BX = 0$ entonces decida si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:

$$S_1 \cap S_2 \text{ es el conjunto solución del sistema } (A - B)X = 0$$

(9) Sea $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a - b - c = 0 \right\}$

- Demuestre que $V \leq M_{\mathbb{R}}(2)$
- Determine una base para V
- Calcule la $\dim_{\mathbb{R}}(V)$
- Si $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ entonces ¿ β genera V ?

(10) Sea $U = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p'(1) = 0\}$, donde $p'(x)$ es la derivada del polinomio $p(x)$

- Demuestre que $U \leq \mathbb{R}_3[x]$
- Calcule $\dim_{\mathbb{R}}(U)$
- decida si $U = \langle \{2x^3 - 3x^2, 2x - x^2, 2\} \rangle$

(11) Determine condiciones sobre los números reales a, b, c, d , de tal forma que el conjunto $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$ sea l.d.

(12) Sea $A = \{(1, \beta, 0), (0, 1, \alpha), (2, 1, 1)\}$. Determine el conjunto:

$$S = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \mid A \text{ sea l.i}\}$$

BUEN TRABAJO !!!