

Examen 2 de Álgebra<sup>1</sup> - Ingeniería Civil  
Profesor Ricardo Santander Baeza  
02 de marzo del 2005

(1) Dado el sistema lineal:

$$\left. \begin{array}{r} x + bcy + z = 1 \\ x + cy + b^2z = b \\ x + by + c^2z = c \end{array} \right| \quad (*)$$

(a) Determine el conjunto:  $S = \{(b, c) \in \mathbb{R}^2 \mid (*) \text{ tiene solución única}\}$

(b) Exhiba la solución obtenida en el punto anterior.

(2) Dados los subconjuntos de  $M_{\mathbb{R}}(2)$ :  $W_1 = \{A \in M_{\mathbb{R}}(2) \mid A = A^t\}$  y  $W_2 = \{A \in M_{\mathbb{R}}(2) \mid A = -A^t\}$ .

(a) Muestre que  $W_i \leq M_{\mathbb{R}}(2)$  para  $i = 1, 2$

(b) Demuestre que  $M_{\mathbb{R}}(2) = W_1 \oplus W_2$

(3) Construya, (si es posible)  $T \in L_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^4)$  tal que verifique simultáneamente las condiciones:

(a)  $(\mathbb{R}^4)_{-1} = \{(1, 1, 1, 1), (-1, 1, -1, 1)\}$

(b)  $T$  isomorfismo

(c)  $T$  diagonalizable

(4) Sea  $T \in L_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}_2[x])$  tal que  $T(a + bx + cx^2) = (a - b + c) + (a + b - c)x + bx^2$ . Determine en  $\mathbb{R}$  los valores y vectores propios de  $T$

**BUEN TRABAJO !!!**

---

<sup>1</sup>Cada problema vale 1.5 puntos.  
Tiempo 120'