Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.
Ingeniería Civil

Guía de Ejercicios N°3
Ricardo Santander Baeza
Octubre del 2009

La matemática viene impresa en el cerebro y, sólo se hace carne cuando palpita en el corazón.

1. Objetivo de la guía

Estimados estudiantes, les proponemos estos ejercicios con el fin de que a través del trabajo que significa analizarlos, comprenderlos y finalmente resolverlos, consigan en el más breve plazo, desarrollar competencias adecuadas que les permitan de manera eficiente iniciar su perfeccionamiento en el arte de enfrentar con éxito la resolución de situaciones nuevas.

2. Algunos Ejercicios Propuestos de Números Complejos

(1) Si $z = \sqrt[6]{\dfrac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$. Determine $Re(z)$ e $Im(z)$

(2) Si $x_n + iy_n = \left(2 - 2i\sqrt{3}\right)^n$ entonces demuestre que $\dfrac{x_{10}}{x_8} + \dfrac{y_{10}}{y_8} = 0$

(3) Si $x_n + iy_n = (\sqrt{3}+i)^{6n}$ entonces demuestre que $x_n + 2^6 x_{n-1} = 0$

(4) Si $x_n + iy_n = \left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$ entonces demuestre que $x_n y_{n-1} - x_{n-1} y_n = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

(5) Determine el conjunto $\mathbb{S} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{x+iy} + \frac{2}{x-iy} = 1+i\right\}$

(6) si $\rho = |a+bi|$ entonces demuestre que $\sqrt{a+bi} = \pm\left[\sqrt{\frac{\rho+a}{2}} + i\sqrt{\frac{\rho-a}{2}}\right]$

(7) Si $p(z) = z^6 + 2z^5 + 2z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 2z + 1 \in \mathbb{C}[z]$. Determine el conjunto $\mathbb{S} = \{u \in \mathbb{C} \mid p(u) = 0\}$
Ayuda: Observe que $p(-1) = 0$

(8) Si $p(z) = z^2 - 2z + 2 \in \mathbb{C}[z]$ entonces

(a) Determine $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{C} \mid p(x) = 0\}$

(b) Exprese $p(z)$ como producto de factores lineales en $\mathbb{C}$, e.e. escriba $p(z) = (z - z_1)(z - z_2)$

(9) Exprese en forma binomial los siguientes números complejos:

(a) $\left(\dfrac{\sqrt{3} - i\sqrt{5}}{2\sqrt{3} - i\sqrt{5}}\right)$ (b) $\left(\dfrac{(1+i)^3}{4-i}\right)$ (c) $\left(\sqrt{-7+24i}\right)$ (d) $\left(\sqrt{6 + i\sqrt{13}}\right)$

(e) $\left(\dfrac{b+iy}{b-iy} - \dfrac{b-iy}{b+iy}\right)$ (f) $\left(\dfrac{(a+i)^3 - (a-i)^3}{(a+i)^2 - (a-i)^2}\right)$ (g) $\left(\dfrac{1+i}{1+2i} + \dfrac{1-i}{1-2i}\right)$ (h) $\left(\dfrac{69 - 7\sqrt{15} + (\sqrt{3} - 6\sqrt{5})i}{3 - (\sqrt{3} - 3\sqrt{5})i}\right)$

(10) Determine explícitamente $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ si:

(a) $p(x) = (x - 1 - i\sqrt{2})(x - 2 - i\sqrt{3})(x - 1 + i\sqrt{2})(x - 2 + i\sqrt{3})$

(b) $p(x) = (x - \sqrt{-4})(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})(x + \sqrt{-4})$

(11) Determine el conjunto $\mathbb{S} = \{(x,y) \in \mathbb{C}^2 \mid (2-5i)x + (1+3i)y - 8 + 9i = 0\}$

(12) Si $rcis\,\alpha = r(\cos\alpha + i\,\mathrm{sen}\,\alpha)$ entonces determine el conjunto $\mathbb{S} = \{(r,\alpha) \mid 1 + rcis\,\alpha = 2cis\,60°\}$

(13) Simplifique, si es posible, el complejo $z = \left(\dfrac{cis\,(-2\alpha)cis^2(\beta)}{cis\,(\alpha+\beta)} + \dfrac{cis\,(2\alpha)cis^2\,(-\beta)}{cis\,(-(\alpha+\beta))}\right)$

(14) Si α es una raíz cúbica de la unidad, es decir $\alpha^3 = 1$. Demuestre que:

(a) $(1+\alpha^2)^4 = \alpha$

(b) $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5) = 9$

(15) Si $cos\,\alpha = a$ y $sen\,\alpha = b$ entonces

(a) Determine $cos\,5\alpha$ y $sen\,5\alpha$

(b) Si $cos\,5\,\dfrac{\pi}{10} = 0$, deducir el valor de $cos\,\dfrac{\pi}{10}$

(16) Demuestre que $\dfrac{cos\,5\alpha}{sen\,\alpha} = 16cos^4\,\alpha - 12cos^2\,\alpha + 1$

(17) Sea $p(z) = z^2 - 2z + 2 \in \mathbb{C}[z]$. Si $p(\alpha) = 0$ entonces determine $z = \displaystyle\prod_{k=0}^{n}(\alpha^k + \overline{\alpha}^{\,k})$.

(18) Pruebe que $cos\,\alpha = \dfrac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$.

(19) Demuestre que $\left(z = \dfrac{3}{2 + cos\,\beta + i\,sen\,\beta} \Longrightarrow |z|^2 = 4Re(z) - 3\right)$.

(20) Si $p(z) = z^4 - 4z^3 + 10z^2 - 12z + 8 \in \mathbb{C}[z]$ tal que

(a) $p(\alpha) = 0 \Longrightarrow \alpha \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$

(b) Una de las raíces de $p(z)$ tiene módulo 2

Determine todas las raíces de $p(z)$

(21) Sea $z \in \mathbb{C}$ tal que $|z| \neq 1$ y $n \geq 1$. Demuestre que $\left(\dfrac{1}{1+z^n} + \dfrac{1}{1+\overline{z}^{\,n}}\right) \in \mathbb{R}$.

(22) Determine los siguientes subconjuntos del plano complejo, también conocido como Diagrama de Argand:

(a) $\mathbb{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 3\}$
(b) $\mathbb{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-1| = 3\}$
(c) $\mathbb{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-2| + |z| = 4\}$
(d) $\mathbb{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-2| - |z| = 1\}$
(e) $\mathbb{S} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-i| + |z+i| = 5\}$

(23) Determine, si es posible la forma binomial del complejo $z = \dfrac{i}{1+i+\dfrac{i}{1+i+\dfrac{1}{1+i}}}$

(24) Demuestre que $1 + 2\displaystyle\sum_{i=1}^{n-1}\cos i\theta = \dfrac{sen\,(n-\frac{1}{2})\theta}{sen\,\frac{1}{2}\theta} \quad (\forall n; n \in \mathbb{N})$

(25) Si definimos la función $\Psi : \mathbb{C} \longmapsto \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$ tal que $\Psi(z) = \begin{pmatrix} Re(z) & -Im(z) \\ Im(z) & Re(z) \end{pmatrix}$, e.e. Para $z = x + iy \in C$ tenemos que

$$\Psi(z) = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$$

Entonces demuestre que

(a) $\Psi(z_1 + z_2) = \Psi(z_1) + \Psi(z_2)$.

(b) $\Psi(z_1 \cdot z_2) = \Psi(z_1) \cdot \Psi(z_2)$.

(c) Si $\lambda \in \mathbb{R}$, $\Psi(\lambda z) = \lambda \Psi(z)$.

(d) $|\Psi(z)| = |z|^2$.

(e) $\psi(\overline{z}) = (\Psi(z))^t$.

(f) $\Psi(z^{-1}) = (\Psi(z))^{-1}$.

(g) $z \in \mathbb{R} \Longrightarrow \Psi_z$ es una matriz simétrica.

(h) $|z| = 1 \Longrightarrow \Psi(z)$ es una matriz ortogonal. (Una matriz M se llama ortogonal si $MM^t = I$).

3. Algunos Ejercicios Propuestos de Sistemas de Ecuaciones lineales

(1) Dado el sistema lineal

$$\left.\begin{array}{rcl} kx + y & = & 1 \\ x + ky & = & 1 \end{array}\right| \qquad (*)$$

Determine los conjuntos

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{S} & = & \{k \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene soluciones}\} \\ \mathbb{S} & = & \{k \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene infinitas solución}\} \\ \mathbb{S}. & = & \{k \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ No tiene solución}\} \end{array}$$

(2) Dado el sistema lineal

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & - & by & - & cz & = & 0 \\ -ax & + & y & - & cz & = & 0 \\ -ax & - & by & + & z & = & 0 \end{array}\right| \qquad (*)$$

Demuestre que si $(*)$ no tiene solución única entonces se verifica

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = 1$$

(3) Dado el sistema lineal

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} (1-\lambda)x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & (2-\lambda)x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & (1-\lambda)x_3 & = & 0 \end{array}\right| \qquad (\star)$$

Determine el conjunto

$$\mathbb{S} \;=\; \{\lambda \in \mathbb{R} \mid (\star) \text{ tiene infinitas soluciones}\}$$

(4) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ entonces Determine el conjunto

$$S = \{\lambda \in \mathbb{R} \mid AX = \lambda X \text{ tiene infinitas soluciones}\}$$

(5) Dado el sistema lineal

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} dx & + & (2d-1)y & + & (d+2)z & = & 1 \\ & & (d-1)y & + & (d-3)z & = & 1+d \\ dx & + & (3d-2)y & + & (3d+1)z & = & 2-d \end{array}\right| \qquad (\star)$$

(a) Determine el conjunto

$$\mathbb{S} = \{d \in \mathbb{R} \mid (\star) \text{ tiene solución}\}$$

(b) Para $d \in \mathbb{S}$, (Si $\mathbb{S} \neq \emptyset$), determine el conjunto

$$\mathbb{X} = \left\{ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3 \times 1) \mid X \text{ es solución de } (*) \right\}$$

(6) Usando el teorema del rango determine si los siguientes sistemas tienen o no solución, en caso afirmativo, determine la solución o las soluciones.

(a) $\left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 4y & & & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 3z & = & 0 \\ 4x & + & 9y & - & 3z & = & 0 \end{array}\right|$

(b) $\left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 4y & - & 7z & = & 6 \\ 2x & + & y & + & 8z & = & 2 \\ 6x & + & 4y & - & 14z & = & 5 \end{array}\right|$

(c) $\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & 6 \\ 3x & + & 4y & + & 5z & = & 2 \\ 5x & + & 4y & + & 3z & = & -18 \end{array}\right|$

(d) $\left.\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 0 \\ x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & -2 \\ 3x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \end{array}\right|$

(e) $\left.\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 4 \\ x_1 & + & 5x_2 & + & 5x_3 & - & 4x_4 & = & -4 \\ x_1 & + & 8x_2 & + & 7x_3 & - & 7x_4 & = & -8 \end{array}\right|$

(f) $\left.\begin{array}{rcrcrcr} (1-i)x & - & iy & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & (1+i)y & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & z & = & -i \end{array}\right|$

(7) Dado el sistema lineal

$$\left.\begin{array}{lcr} x_1 + x_2 - x_3 & = & 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 & = & 3 \\ x_1 + x_2 + (a^2-4)x_3 & = & a \end{array}\right| \qquad (*)$$

Determine los siguientes conjuntos

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_1 &= \{a \in \mathbb{R} \mid (*)\text{Tiene solución}\} \\ \mathbb{S}_1 &= \{a \in \mathbb{R} \mid (*)\text{Tiene solución única}\} \\ \mathbb{S}_1 &= \{a \in \mathbb{R} \mid (*)\text{No tiene solución}\} \end{aligned}$$

(8) Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{ccccccc} ax & + & by & + & 2z & = & 1 \\ ax & + & (2b-1)y & + & 3z & = & 1 \\ ax & + & by & + & (b+3)z & = & 2b-1 \end{array}\right| \qquad (*)$$

Determine

(a) $S_1 = \{(a,\, b) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (*) \text{ tiene solución única}\}$

(b) $S_2 = \{(a,\, b) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (*) \text{ tiene infinitas soluciones }\}$

(c) $S_3 = \{(a,\, b) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (*) \text{ no tiene solución }\}$

4. Algunos Ejercicios Propuestos de Espacios Vectoriales, Base y Espacio de Coordenadas

(1) Demuestre que $\mathbb{W} = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0 \wedge z + t = 0\} \leq \mathbb{R}^4$

(2) Demuestre que $\mathbb{W} = \{A \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2) \mid A - 3A = (0)\} \leq \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$

(3) Demuestre que $\mathbb{W} = \{p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \in \mathbb{R}_3[x] \mid a_0 + a_1 - 2a_2 - a_3 = 0\} \leq \mathbb{R}_3[x]$

(4) Sea $\mathbb{V}$ un $\mathbb{K}$ espacio vectorial, donde ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ o $\mathbb{K} = \mathbb{C}$). Si $\mathbb{W}_1 \leq \mathbb{V}$ y $\mathbb{W}_2 \leq \mathbb{V}$ entonces demuestre que

(a) $\mathbb{W}_1 + \mathbb{W}_2 = \{w_1 + w_2 \mid w_1 \in \mathbb{W}_1 \wedge w_2 \in \mathbb{W}_2\} \leq \mathbb{V}$

(b) $\mathbb{W}_1 \cap \mathbb{W}_2 \leq \mathbb{V}$

(c) $\mathbb{W}_1 \cup \mathbb{W}_2 \not\leq \mathbb{V}$

(d) $\mathbb{W}_1 \cup \mathbb{W}_2 \leq \mathbb{V} \Longleftrightarrow \mathbb{W}_1 \subset \mathbb{W}_2 \vee \mathbb{W}_2 \subset \mathbb{W}_1$

(e) Sea $\mathbb{V} = \{f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R} \mid f \text{ función}\}$. Si consideramos los subconjuntos de $\mathbb{V}$;

$\mathbb{W}_1 = \{f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R} \mid f(-x) = f(x)\}$ y $\mathbb{W}_2 = \{f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R} \mid f(-x) = -f(x)\}$ entonces

(i) Demuestre que $\mathbb{W}_1 \leq \mathbb{V}$ y $\mathbb{W}_2 \leq \mathbb{V}$

(ii) $\mathbb{V} = \mathbb{W}_1 \oplus \mathbb{W}_2$. Es decir $\begin{cases} \mathbb{V} = \mathbb{W}_1 + \mathbb{W}_2 \\ \mathbb{W}_1 \cap \mathbb{W}_2 = \{0_{\mathbb{V}}\} \end{cases}$

(5) Si $\mathbb{S} = \{A \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n) | A = A^t\}$ y $\mathbb{T} = \{A \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n) | A = -A^t\}$ entonces muestre que

(a) $\mathbb{S} \leq \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n)$ y $\mathbb{T} \leq \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n)$, y

(b) $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n) = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T}$

(6) Sean $\mathbb{W} = \{(x,\, y,\, z,\, w) \in \mathbb{R}^4 / x - 2y + z = w\}$ y $\mathbb{U} = \{(x,\, y,\, z,\, w) \in \mathbb{R}^4 / z = 0,\ y + w = x\}$

(a) Muestre que $\mathbb{W} \leq \mathbb{R}^4$ y $\mathbb{U} \leq \mathbb{R}^4$.

(b) Determine $\dim_{\mathbb{R}}(W \cap U)$.

(7) Si $\mathbb{W} = \langle\{(1,\, 1,\, 0), (1,\, 0,\, 2)\}\rangle$ entonces determine el conjunto

$$\mathbb{S} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a + b,\, 3a + 2b,\, a) \in \mathbb{W}\}$$

(8) Si $\mathbb{U} = \langle\{(1,\, 5,\, 6),\ (1,\, -4,\, -3)\}\rangle$ y $\mathbb{T} = \langle\{(2,\, 1,\, 0)\}\rangle$, son subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$. Pruebe que $\mathbb{R}^3 = \mathbb{U} \oplus \mathbb{T}$

(9) Determine el conjunto

$$S = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (-2,b,1) \in \langle\{(a,0,2),(4,a,-2),(-2a,-2,a)\}\rangle\}$$

(10) Determine si los siguientes conjuntos son subespacios en el espacio vectorial correspondiente. En caso afirmativo, determine una base para el subespacio.

(a) $\mathbb{W} = \{(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 \mid a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 0\}$

(b) $\mathbb{W} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2) \mid [a = d \wedge b = 0 \wedge c = 2d] \right\}$

(c) $\mathbb{W} = \left\{ B \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2) \mid B \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot B \right\}$

(11) Sea $\alpha = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ una base del $\mathbb{K}$ espacio vectorial $\mathbb{V}$. Demuestre que

$$\beta = \{w_1, w_2, \ldots, w_n\} \text{ tal que } w_i = av_1 + v_i \quad (i = 1,2,\ldots n), (a \in \mathbb{K}) \text{ es una base de } \mathbb{V}$$

(12) Si $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & a \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$ entonces determine el conjunto

$$\beta = \{a \in \mathbb{R} \mid \alpha \text{ No es una base de } \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)\}$$

(13) Si $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$.

(a) Demuestre que α es una base de $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(2)$

(b) Determine $\left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\alpha}$

(14) Si $\alpha = \{x, 3 + x^2, x + 2x^2\} \subset \mathbb{R}_2x$ y $\beta = \{x + 3, x - 2, x^2 + 1\} \subset \mathbb{R}_2x$ entonces

(a) Demuestre que α y β son dos bases de $\mathbb{R}^3$

(b) Determine

(i) $[6 - 4x + 8x^2]_{\alpha} \ \wedge\ [6 - 4x + 8x^2]_{\beta}$

(ii) $[9 - x + 7x^2\ ]_{\beta} \ \wedge\ [9 - x + 7x^2]_{\alpha}$

(iii) $[I]_{\alpha}^{\beta}$ y $[I]_{\beta}^{\alpha}$

(c) Muestre que,

(i) $[I]_{\alpha}^{\beta}[6 - 4x + 8x^2]_{\alpha} = [6 - 4x + 8x^2]_{\beta}$

(ii) $[I]_{\beta}^{\alpha}[9 - x + 7x^2\ ]_{\beta} = [9 - x + 7x^2\ ]_{\alpha}$

(15) Si $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ es una $\mathbb{K}$ base $\mathbb{V}$. Determine si, es posible que $\beta = \{v_1 + 2v_2, v_1 - 3v_3, v_1 - 2v_2 + 3v_3\}$ sea también una base de $\mathbb{V}$

(16) Sean $S = \{\operatorname{sen}^2 x,\ \cos^2 x,\ \operatorname{sen} x \cos x\}$ y $T = \{1,\ sen\, 2x,\ cos\, 2x\}$. Demuestre que $\langle S \rangle = \langle T \rangle$

(17) Para cada uno de los casos, β es una base ordenada y v es un vector. Determine $[v]_{\beta}$ e $[I]_{c(3)}^{\beta}$.

(a) $\beta = \{(1,\,-1,\,1),\ (0,\,2,\,-1),\ (-2,\,0,\,3)\}$ y $v = (-4,\,5,\,1)$

(b) $\beta = \{t^2 + 3t - 2,\ 2t^2 + t,\ 4t + 5\}$ y $v = 4t^2 - 5t + 3$

(c) $\beta = \{t + 1,\ -3t^3 + 2t - 1,\ 3t^3 - t^2 + t,\ -2t^3 + t^2\}$ y $v = 5t^3 - 2t^2 + t - 3$

(18) Determine una base y la dimensión del subespacio de soluciones del sistema homogéneo de ecuaciones $(*)$

$$\left.\begin{array}{lllll} x_1+ & 2x_2+ & 3x_3+ & 4x_4 & = 0 \\ \dfrac{x_1}{2}+ & x_2+ & \dfrac{3x_3}{2}+ & 2x_4 & = 0 \\ \dfrac{x_1}{3}+ & \dfrac{2x_2}{3}+ & x_3+ & \dfrac{4x_4}{3} & = 0 \\ \dfrac{x_1}{4}+ & \dfrac{x_2}{2}+ & \dfrac{3x_3}{4}+ & x_4 & = 0 \end{array}\right| \qquad (*)$$

BUEN TRABAJO !!!