

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. de Matemáticas y C.C.

PAS - ALGEBRA
INGENIERIA CIVIL
(agosto 2002)

(1) Sea $A \in M_{\mathbb{R}}(n)$ tal que $\det(A) \neq 0$.

Demostrar , usando inducción , que:

$$\det((A^{-1})^n) = (\det(A))^{-n} , \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

(2) Sean A y B matrices de orden 3 tal que: $\det(A) = 3$, $\det(B^{-1}) = -2$.

Se define $H = A^{-1} \cdot \text{Adj}(B) \cdot A^4$. Calcule $\det(H)$.

(3) Sea $T : (G, *) \longrightarrow (G', *')$ un homomorfismo.

(a) Demuestre que si T tiene inversa por la izquierda entonces

$$\text{Ker}T = \{e_G\}.$$

(b) Demuestre que si T tiene inversa por la derecha entonces T es epiyectiva.

(4) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, encuentre el conjunto $S = \{B \in M_{\mathbb{R}}(2) / B^2 = A\}$.

Tiempo: 90 minutos
Cada pregunta vale 1,5 puntos