Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.

1	
2	
3	
4	
Nota	

Prueba Especial Programada Nº 1 [1]
Álgebra Plan Anual
Profesor Ricardo Santander Baeza
20 de Agosto del 2003

(1) Para la relación R definida en $\mathbb{Z}^+$ por

$$m\, R\, n \iff (\exists u; u \in \mathbb{Z}) : m = n \cdot 2^u$$

(a) Demuestre que R es una relación de equivalencia

(b) Determine el conjunto $\bar{a}$; $(a \in \mathbb{Z}^+)$

(2) (a) Determine, (si existe) el término independiente de x en el desarrollo binomial

$$(2x+1)\left(1+\frac{2}{x}\right)^n$$

(b) Demuestre usando el teorema del binomio que:

$$\sum_{s=0}^{n}(-1)^s\binom{n}{s} = 0$$

(3) Si $G = \{a_1, a_2, a_3, \cdots\}$, es una progresión geométrica que satisface simultáneamente las siguientes condiciones:

(a) $a_2 = 4$

(b) $\dfrac{a_4}{a_6} = \dfrac{25}{4}$

entonces determine la progresión G.

(4) Demuestre usando Inducción Matemática que la fórmula:

F(n): $n^3 - n$ es divisible por 6. Es verdadera $(\forall n; n \in \mathbb{N})$

BUEN TRABAJO !!!

[1] Cada problema vale 1.5 puntos
Tiempo: 90 minutos