1	
2	
3	
4	
$Nota$	

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.

Pep N^{o} 1 de Álgebra[1]
Ingeniería Civil
08 de Mayo del 2004

(1) Si p y q son proposiciones entonces demuestre usando una tabla de verdad que la proposición:

$$(p \Longrightarrow q) \iff [(p \wedge \sim q) \Longrightarrow (r \wedge \sim r)] \quad \text{Es una Tautología}$$

(2) Sea $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots\} \subset \mathbb{R}$, tal que:

(a) $a_i = i$ para $i = 1, 2$

(b) $a_s = \displaystyle\sum_{i=1}^{s-1} a_i \quad (s \geq 3)$

Demuestre usando Inducción Matemática que la fórmula

$F(n): \quad a_n = 3 \cdot 2^{n-3}$ es verdadera $(\forall n; n \in \mathbb{N}; n \geq 3)$

(3) Si $A = \{a, b, c\} \subset \mathbb{R} - \{0\}$ tal que satisface las siguientes propiedades:

(a) A es una Progresión Aritmética

(b) a, b y c son los coeficientes de una ecuación cuadrática. es decir $ax^2 + bx + c = 0$ (*)

(c) $x_1 + x_2 = \dfrac{1}{3}(a + b + c)$

(d) $x_1 \cdot x_2 + 7 = b$. Donde x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación cuadrática (*)

entonces determine los números a, b y c.

(4) Suponga que:

(i) $A = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^n$ y $B = \left(x^3 + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$, son dos desarrollos binomiales con $(n \in \mathbb{N})$.

(ii) $t_k(A)$ es el k- ésimo término de A y $t_k(B)$ es el k- ésimo término de B, $(k \geq 1)$.

Demuestre que

$$t_k(A) = t_k(B) \Longrightarrow n \text{ es un número par}$$

BUEN TRABAJO !!!

[1] Cada problema vale 1.5 puntos.
Tiempo 120'