

1	
2	
3	
4	
Nota	

Prueba Especial Programada N° 2 ¹
Álgebra Plan Anual
Profesor Ricardo Santander Baeza
3 de Septiembre del 2003

(1) Sean $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ dos funciones biyectivas definidas por $y = f(x)$ e $y = g(x)$ respectivamente.

(i) Si $h : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que $y = h(x)$ es una función. Demuestre que

$$h \circ f = g \circ f \implies h = g$$

(ii) Si $H : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ tal que $H(x, y) = (f(x), g(y))$. Demuestre que H es biyectiva.

(2) Sea $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ tal que $f(x, y) = (ax + 3y, bx + 2y)$, donde a y b son números reales.

(i) Determine el conjunto $\mathbb{B} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid f \text{ es biyectiva}\}$

(ii) Si $(a, b) \in \mathbb{B}$ entonces determine f^{-1}

(3) Para completar la construcción de una carretera, se contempla excavar un túnel bajo una montaña de 260 metros de altura. A una distancia de 200 metros de la base de dicha montaña, y en la línea de la carretera el ángulo de elevación de su cima es de 36° . De una distancia de 150 metros de la base de la montaña, y en la misma línea de la carretera, pero del otro lado de la montaña su ángulo de elevación es de 47° . Determine la longitud del túnel que se debe construir, en la línea de la carretera.

(4) Determine la ecuación canónica del círculo cuyo centro es el centro de la elipse $4x^2 + y^2 - 8x - 4y - 8 = 0$ y que pasa por el punto $P = (0, 5)$.

Algunos valores de funciones trigonométricas:

$$\begin{array}{llll} \text{sen} 36^\circ = 0.5877 & \cos 36^\circ = 0.8090 & \tan 36^\circ = 0.7265 & \sec 36^\circ = 1.2360 \\ \text{sen} 47^\circ = 0.7313 & \cos 47^\circ = 0.6819 & \tan 47^\circ = 1.0723 & \sec 47^\circ = 1.4664 \end{array}$$

BUEN TRABAJO !!!

¹Cada problema vale 1.5 puntos
Tiempo: 90 minutos