1	
2	
3	
4	
Nota	

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.

Pep N° 2 de Álgebra[1]
Ingeniería Civil
12 de Junio del 2004

(1) Sea $\mathbb{U} = \{f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 \in \mathbb{R}_2[x] \mid c_0 - c_1 + c_2 = 0\}$

Define en $\mathbb{R}_2[x]$ la siguiente relación:

$$p(x)\ \Re\ q(x) \iff (p(x) - q(x)) \in \mathbb{U}$$

(i) Demuestre que $\Re$ es una relación de equivalencia

(ii) Demuestre que $\overline{1 + 2x + x^2} = \mathbb{U}$

[Recuerden que si $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ y $q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ entonces $p(x) - q(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + (a_2 - b_2)x^2$]

(2) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longmapsto \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x + y + z, x - y + z, 3z)$

(i) Demuestre que f es una biyección

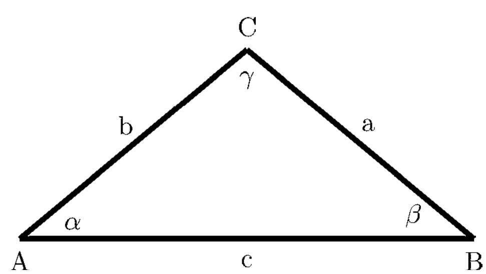
(ii) Determine explícitamente f^{-1}

(3) Sean $f : A \longmapsto B$ y $g : B \longmapsto C$ dos funciones.

(i) Demuestre que $g \circ f$ inyectiva $\Longrightarrow f$ inyectiva

(ii) Demuestre que $g \circ f$ sobreyectiva $\Longrightarrow g$ sobreyectiva

(4) En el ΔABC de la figura:



Demuestre que si se verifican simultáneamente las propiedades :

$$\left.\begin{array}{ll} (i) & a^2 = \dfrac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \\ (ii) & sen\beta \cdot sen\gamma = \dfrac{3}{4} \end{array}\right\} \text{entonces el } \Delta ABC \text{ es equilátero.}$$

(Sugerencia: (a) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ y (b) Use el teorema del coseno)

BUEN TRABAJO !!!

[1]Cada problema vale 1.5 puntos.
Tiempo 120'