Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. Matemática y Ciencia de la Computación

PEP Nº 2
Álgebra ING. CIVIL
(enero 2003)

(1) Considere el grupo de matrices:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & b \end{pmatrix} / \, a, b \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{(con la suma usual en } M_{\mathbb{R}}(2)\text{)}$$

Sea $T : G \to \mathbb{R}^2$ dado por:

$$T\left(\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & b \end{pmatrix} \right) = (a+b,\ b)$$

Demuestre que T es un isomorfismo.

(2) Sea A una matriz antisimétrica de orden n. Demuestre que si A es invertible, entonces n es par.

(3) Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación: $z^3 = \dfrac{2}{1+i}$, expresando explícitamente cada raíz.

(4) Sea $p(x) = k^3x^4 - 8k^2x^2 + 8kx + 4$ con $k \in \mathbb{R}$
Si p(2) = 4, encuentre el valor de p(-1)

(5) Si $p(x) = x+1$ y $q(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ con $b, c, d \in \mathbb{R}$, descomponer en fracciones parciales el cuociente: $\dfrac{p(x)}{q(x)}$, si se sabe que 0 y 1 + i son raíces de $q(x)$.

Cada problema vale 1,2 ptos.
Tiempo 90 minutos