1	
2	
3	
4	
Nota	

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.

Álgebra[1] - PEP Nº 3
Ingeniería Civil
16 de Noviembre del 2002

(1) Si $z_0 = 2 - 2i\sqrt{3}$ entonces determine el conjunto:

$$S = \{z \in \mathbb{C} \mid z^4 - z_0 = 0\}.$$

(2) Dado el sistema lineal $(\star)$

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} (\lambda-2)x & - & 2y & & & = & \lambda \\ x & + & (\lambda-3)y & - & z & = & 2 \\ x & - & 2y & + & (\lambda-3)z & = & 3 \end{array}\right| \qquad (\star)$$

Determine los conjuntos:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\lambda \in \mathbb{R} \mid (\star) \text{ tiene infinitas soluciones}\} \\ S_2 &= \{\lambda \in \mathbb{R} \mid (\star) \text{ tiene solución única}\} \\ S_3 &= \{\lambda \in \mathbb{R} \mid (\star) \text{ no tiene solución }\} \end{aligned}$$

(3) Sea $W = \left\{ A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3) \mid a_{ij} = \begin{cases} a & : \text{ si } i \leq j \\ b & : \text{ si } i = j+1 \\ c & : \text{ en otro caso} \end{cases} \right\}$

- Demuestre que W es un subespacio de $\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(3)$.
- Encuentre una base de W.
- Determine $\dim_{\mathbb{R}}(W)$.

(4) (i) Sea $\alpha = \{u, v\} \subset \mathbb{R}^2$ tal que $C = \{a \in \mathbb{R} \mid au = v\} = \emptyset$.

Demuestre que α es una base de $\mathbb{R}^2$.

(ii) Sea V un $\mathbb{R}$ espacio vectorial y $\alpha = \{v_1, v_2\}$ una base de V.

Determine el conjunto: $S = \{a \in \mathbb{R} \mid \beta = \{v_1 + av_2 \, , \, v_1 - av_2\} \text{ es una base de } V\}$.

BUEN TRABAJO !!!

[1] Cada problema vale 1.5 puntos
Tiempo 90'