

1	
2	
3	
Nota	

Profesor Ricardo Santander Baeza
Pep N° 3 de Álgebra¹
Ingeniería Civil
02 de Octubre del 2004

- (1) Si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(4)$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : \text{ si } i \neq j \\ u & : \text{ si } i = j \end{cases}$ entonces determine el conjunto:

$$N = \{u \in \mathbb{R} \mid A \notin U(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(4))\}$$

- (2.a) Si $U_1 \in U(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n)); U_2 \in U(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n))$ y $(U_1 + U_2) \in U(\mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n))$. Demuestre que

$$(U_1^{-1} + U_2^{-1})^{-1} = U_1(U_1 + U_2)^{-1}U_2$$

- (2.b) Si $z = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)$. Demuestre que

$$z^{13} - (\bar{z})^{13} - i \frac{2^{14}}{(\sqrt{3})^{13}} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

- (3) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{array}{r} ax + y + z = 2a - 1 \\ x + ay + z = a^2 \\ x + y + az = 3 - 2a \end{array} \quad (*)$$

Determine los siguientes conjuntos:

$$S_1 = \{a \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene solución única}\}$$

$$S_2 = \{a \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ tiene infinitas soluciones}\}$$

$$S_3 = \{a \in \mathbb{R} \mid (*) \text{ no tiene solución}\}$$

BUEN TRABAJO !!!

¹Cada problema vale 2.0 puntos.
Tiempo 120'