1	
2	
3	
4	
Nota	

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.

Álgebra[1] - PEP Nº 4
Ingeniería Civil
16 de Diciembre del 2002

(1) Considere la función $T : \mathbb{R}_2[x] \longmapsto \mathbb{R}_2[x]$ tal que

$$T\left(\sum_{i=0}^{2} a_i x^i\right) = a_1 - a_2 x + a_0 x^2$$

Demuestre que T es un Isomorfismo de espacios vectoriales

(2) (i) Determine $T \in \mathbb{L}_{\mathbb{R}}(M_{\mathbb{R}}(2))$ tal que verifique las siguientes propiedades:

(a) $(M_{\mathbb{R}}(2))_{-2} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$

(b) $(M_{\mathbb{R}}(2))_{1} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$

(ii) Demuestre que la transformación T construida en la parte (i) es un isomorfismo.

(3) Sea $\alpha = \{(1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$.

(i) Determine $T \in \mathbb{L}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$ tal que $[T]_{\alpha}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(ii) Demuestre que la transformación T construida en la parte (i) es diagonalizable.

(4) Sea $\mathbb{V}$ un $\mathbb{R}$ espacio vectorial y $T \in \mathbb{L}_{\mathbb{R}}(V)$ tal que $T \neq I$, (I es la función identidad). Demuestre que:

$$T \circ T = T \Longrightarrow V_0 \neq \{0_V\}$$

BUEN TRABAJO !!!

[1] El problema 1 vale 1.5 puntos; El problema 2 vale 2.0 puntos
El problema 3 vale 2.0 puntos; El problema 4 vale 0.5 puntos
Tiempo 100'