Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.

1	
2	
3	
Nota	

Profesor Ricardo Santander Baeza
Pep Nº 4 de Álgebra[1]
Ingeniería Civil
04 de Diciembre del 2004

(1) Sea $\mathbb{V}$ un $\mathbb{K}$ espacio vectorial y $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ una base de $\mathbb{V}$. Sea $\beta = \{w_1, w_2, \dots, w_n\} \subset \mathbb{V}$ tal que $w_i = \displaystyle\sum_{j=1}^{i} v_{(n-j+1)}$, para $(1 \leq i \leq n)$.

(i) Demuestre que β es una base de $\mathbb{V}$

(ii) Determine la matriz $[I]_\alpha^\beta$

(2) Considere la función $T : \mathbb{R}^{n+1} \longmapsto \mathbb{R}_n[x]$ tal que $T(a_1, a_2, \cdots, a_n, a_{n+1}) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n+1} a_i(1-x)^{i-1}$; $(n \in \mathbb{N})$

(a) Demuestre que T es un isomorfismo.

(b) Determine T^{-1}, para $n = 3$, es decir para $T : \mathbb{R}^4 \longmapsto \mathbb{R}_3[x]$

(3) Determine $T \in \mathbb{L}_\mathbb{R}(\mathbb{M}_\mathbb{R}(2))$ tal que verifique simultáneamente las condiciones:

(a) $(\mathbb{M}_\mathbb{R}(2))_{-2} = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$ y

(b) $\dim_\mathbb{R}(\mathrm{Img}(T)) = 3$

BUEN TRABAJO !!!

[1] Cada problema vale 2.0 puntos.
Tiempo 120'