

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. Matemática y Ciencia de la
Computación

1.	
2.	
3.	
4.	
+	1.0
Nota	

PEP N° 4
Álgebra ING. CIVIL
(enero 2003)

(1) Sean $S = \{t, t^2 + 3, 2t^2 + t\}$ y $T = \{t - 2, t + 3, t^2 + 1\}$ dos bases de $\mathbb{R}_2[x]$,
 y sea $u = 9 - t + 7t^2$ un vector en base canónica.

- (a) Encuentre u en la base S: $[u]_S$
- (b) Encuentre la matriz de cambio de base de S a T: $[I]_S^T$
- (c) Encuentre el vector $[u]_T$ usando (b)

(2) Sea $T \in L_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$ tal que:

$$T(x, y, z) = (x + y + z, x + y - 3z, z)$$

- (a) Determine $\ker(T)$
- (b) Calcule $\dim(\text{Im}T)$
- (c) Calcule (x, y, z) tal que $T(x, y, z) = (1, 2, 3)$

(3) Dada $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que:

$$T(x, y, z) = (x + y + z, y + z, -z)$$

- (a) Demuestre que T es transformación lineal y es un isomorfismo
- (b) Encuentre $T^{-1}(x, y, z)$

(4) Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una T.L. definida por:

$$T(x, y, z) = (2y + 2z, x + 3y + z, 3x + 2y + z)$$

- (a) Encuentre la matriz asociada a la transformación lineal T en las bases canónicas
- (b) Determine si T es diagonalizable
- (c) Si a es la base de los vectores propios, compruebe que:

$$[T]_a^a = [I]_{c(3)}^a [T]_{c(3)}^{c(3)} [I]_a^{c(3)}$$