Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. Matemática y Ciencia de la Computación

Prof. Gabriel Rabanales R.

Guía de ejercicios
Polinomios (1)

1. Dados $p(x), q(x) \in \mathbb{R}[x]$, tales que: $p(x) = 3x^2 + 2x + 5$ y $q(x) = x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 1$, obtenga:
   a) p(x) + q(x)
   b) 3 p(x) – (x – 1) q(x) R: $-x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 10x^2 + 6x + 16$
   c) p(x) q(x) R: $3x^6 + 17x^5 + 21x^4 + 32x^3 + 15x^2 + 7x + 5$

2. Obtenga cuociente y resto en las siguientes divisiones:
   a) $6x^2 - 4x^3 - 3x^2 - 1 \div x^2 + 2x - 1$ R: c(x) = $-4x + 11$, r(x) = $-26x + 11$
   b) $x^4 + 1 \div x^2 + x + 1$
   c) $x^3 \div x^2 - 3x + 2$

3. Divida usando el método de división sintética:
   a) $x^4 - x^3 + x + 3 \div x - 2$ R: c(x) = $x^3 + x^2 + 2x + 5$, r(x) = 13
   b) $3x^4 + 2x^3 + 5x^2 - x + 1 \div x - 1$

4. Dado el polinomio $p(x) = 2x^5 - 3x^4 - 31x^3 + ax^2 + bx + 30 \in \mathbb{R}[x]$, determine $a, b \in \mathbb{R}$, y las raíces del polinomio, si se sabe que p(x) es divisible por (x – 1) y por (x + 1).

   R: a = – 27 , b = 29 ; raíces: – 2, – 3/2, – 1, 1, 5

5. Demuestre que $x - 1$ y $x + 2$ son factores de $p(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$, y determine los dos factores restantes. R: $x - 2$, $x + 3$

6. Sabiendo que x – i divide al polinomio $p(x) = x^4 - 24x^2 - 25$ encuentre todas las raíces de p(x).

   R: i , - i , - 5 , 5

7. Dado el polinomio $p(x) = 5x^3 + ax^2 + (-8 - a)x + b$, determine $a, b \in \mathbb{R}$ sabiendo que:
   a) – 3 es raíz de p(x)
   b) el resto de dividir p(x) por (x – 2) es 45. R: a = 9 , b = 3

8. Verifique que dos de las raíces de la ecuación: $x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30 = 0$, son 3 y – 5 . Encuentre las otras dos raíces.

   R: 2 , – 1

9. Encuentre las raíces reales de la ecuación: $(1+i)x^3 + (1+2i)x^2 - (1+i)x - 1 - 2i = 0$
   R: – 1 , 1

10. Sin efectuar la división demuestre que:
    a) $x^4+3x^3+3x^2+3x+2$ es divisible por x + 2
    b) $2x^4-7x^3-2x^2+13x+6$ es divisible por x^2-5x+6

11. Exprese el polinomio
    a) $p(x)=x^3-6x^2+14x-9$ en potencias de (x – 2)
    b) $p(x)=4x^5-6x^4+3x^3+x^2-x-1$ en potencias de (x – 1)

    R: a) $p(x)=(x-2)^3+0(x-2)^2+2(x-2)+3$

    b) $p(x)=4(x-1)^5+14(x-1)^4+19(x-1)^3+14(x-1)^2+6(x-1)+0$

12. Dados los polinomios:
    a) $p(x)=6x^4-x^3-26x^2+4x+8$, con raíces: 2 y – 2
    b) $p(x)=x^5+5x^4+2x^3+10x^2-8x-40$, con raíces: – 5 y 2i
    c) $p(x)=x^6-10x^5+38x^4-70x^3+73x^2-60x+36$, con raíces: i y – 3 (de multiplicidad 2)
    d) $p(x)=x^6+3x^4+3x^2+1$, con raíz: i (de multiplicidad 3)

    Determine en cada caso:
    i) Las raíces en ¤
    ii) Las raíces en ¡
    iii) Las raíces en £

    R: a) En ¤ : 2, – 2, – ½ , 2/3 ; en ¡ : las mismas ; en £ : ninguna
    b) En ¤ : – 5 ; en ¡ : – 5 , $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$; en £ : 2i , – 2i
    c) En ¤ : 2 , 2, 3 , 3 ; en ¡ : las mismas ; en £ : i , – i
    d) En ¤ : ninguna ; en ¡ : ninguna ; en £ : – i (multiplicidad 3), – i (multiplicidad 3)

13. Hallar el valor de k para que al dividir el polinomio $p(x)=x^4+2x^3-3x^2+kx-7$ por $x-2$, el resto sea 3. R: $k=-5$

14. Determine el valor de k tal que al dividir el polinomio $p(x)=2x^3+3x^2-kx-6$ por (x + 3) el resto sea cero. R: k = 11

15. En cada uno de los siguientes casos, verifique las raíces dadas y encuentre las restantes:
    a) $p(x)=x^3-7x^2+16x-10$, raíz: 3 – i R: 3 + i , 1
    b) $p(x)=x^5-4x^4+3x^3+8x^2-18x+12$, raíces: $\sqrt{3}$, i + 1 R: 2 , $-\sqrt{3}$, 1 – i

16. Factorice en ¡ el polinomio $p(x)=2x^3+6x^2+5x+15$, sabiendo que p(-3) = 0
    R: $(x+3)(2x^2+5)$

17. Escriba el polinomio p(x) de quinto grado con raíces: 2 , - 3 , 1 , 2i , y $a_5=3$.
    R: $p(x)=3x^5-9x^3-18x^2-84x+72$