Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C.
Ingeniería Industrial

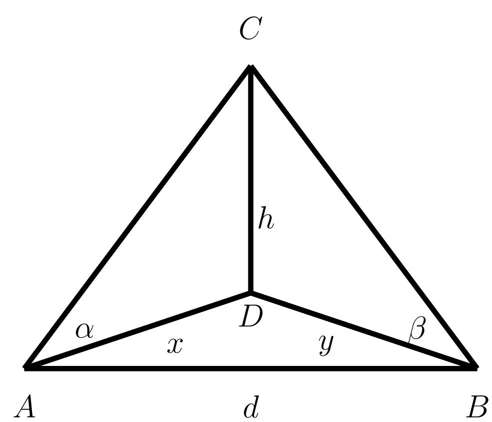
Álgebra[1] - Control Nº 2-Pep 2
Profesor Ricardo Santander Baeza
11 de Junio del 2004

(1) Una torre de altura h se encuentra situada al norte de un punto de observación A y al este de otro punto de observación B. En A y B los ángulos de elevación de la cúspide de la torre son α y β respectivamente. Si la distancia del punto A al punto B es d demuestre que

$$h = \frac{d}{\sqrt{\cot^2 \alpha + \cot^2 \beta}}$$

Solución

Consideremos el triángulo:



Entonces

(a) En triángulo ADC tenemos que $\cot \alpha = \dfrac{x}{h}$

[1] Cada problema vale 3.0 puntos
Tiempo 60'

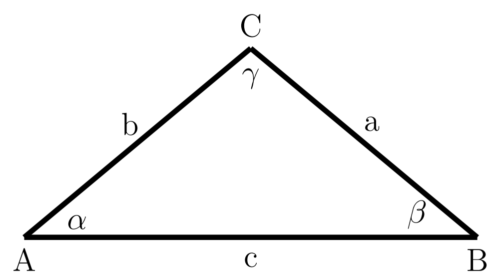
(b) En triángulo BDC tenemos que $\cot\beta = \dfrac{y}{h}$

(c) En triángulo rectángulo ABD tenemos que $d^2 = x^2 + y^2$

Luego sustituyendo en (c) tenemos que:

$$\begin{aligned} d^2 &= h^2\cot^2\alpha + h^2\cot^2\beta \\ &\Downarrow \\ h^2 &= \frac{d^2}{\cot^2\alpha + \cot^2\beta} \\ &\Downarrow \\ h &= \frac{d}{\sqrt{\cot^2\alpha + \cot^2\beta}} \end{aligned}$$

(2) En el triángulo de la figura:



Si $\beta = 45^\circ$, $c = 2\sqrt{3}$ y $b = 2\sqrt{2}$ entonces determine el lad a y los ángulos α y γ.

Solución

(a) Usando el teorema del seno tenemos que:
$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin\gamma} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sin 45} \Longrightarrow \sin\gamma = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Longrightarrow \gamma = 60 \vee 120$

(b) Si $\gamma = 60$ entonces $\beta = 45$ y $\alpha = 75$

(c) Si $\gamma = 120$ entonces $\beta = 45$ y $\alpha = 15$

(d) Finalmente usando el teorema del seno o del coseno tenemos que

$$a = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) \vee a = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$$