Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Depto. Matemática y Ciencia de la Computación

Prof. Gabriel Rabanales R.

Guía de ejercicios
Sumatorias 2

1. Calcular:

   a) $\sum_{k=1}^{n}(k+1)^2 k!$ b) $\sum_{k=1}^{n}\left(k^2+1\right)k!$

2. Calcular:

   a) $\sum_{k=1}^{n} k\cdot 2^{k-1}$ b) $\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{(k+1)!}$

3. Demuestre, usando cambio de variables, que:

   a) $\sum_{k=3}^{6}\frac{k}{k+2}=\sum_{k=0}^{3}\frac{k+3}{k+5}$ b) $\sum_{t=5}^{8}\frac{t}{t+4}=\sum_{t=1}^{4}\frac{t+4}{t+8}$

4. Calcular:

   a) $\sum_{k=1}^{n}(1+a)^{-k}$, con $a\neq -1$ b) $\sum_{k=1}^{n}\left[(k+3)(k+3)!+3\cdot 2^k-k(k+1)\right]$

5. Calcular:

   a) $\prod_{k=5}^{6}\prod_{j=3}^{4}\prod_{i=1}^{2}\left(\frac{2i-j}{2k+i}\right)$ b) $\sum_{i=1}^{n}\left(\prod_{k=1}^{i}\frac{1}{k+1}-\prod_{k=1}^{i+1}\frac{1}{k+1}\right)$

7. Se sabe que: $1+x+x^2+\ldots+x^n=\frac{x^{n+1}-1}{x-1}\quad (x\neq 1)$

   Obtenga una fórmula para: $1+2x+3x^2+\ldots+nx^{n-1}$

8. Calcular:

   a) $\sum_{k=1}^{n} k\cdot k!$ b) $\sum_{k=1}^{n}\frac{k\cdot 2^k}{(k+2)!}$

9. Calcular:

   a) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$ b) $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k 2k^2$, donde *n* es par

10. Demuestre que:

$$\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\right]^2=\sum_{k=0}^{2n}\binom{2n}{k}$$

11. Si a + b = 1, calcule el valor de: $\sum_{r=1}^{n}\binom{n}{r-1}a^{n-r+1}\,b^{r-1}$

12. Calcular:

a) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{20}2^{j-i}$

b) $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{25}\left(i^2\cdot j\right)$

c) $\sum_{k=2}^{n}\sum_{i=1}^{m}\left(2a\right)$

d) $\sum_{j=1}^{10}\sum_{k=1}^{n}2\left(j\cdot k+j\right)$

e) $\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j}a^{i+j}$

f) $\sum_{j=0}^{100}\sum_{k=0}^{3}j^k$

13. Calcular:

a) $\sum_{i=1}^{n}\frac{2i+1}{i^2\left(i+1\right)^2}$

b) $\sum_{k=1}^{n}\frac{k^3+k^2+1}{k\left(k+1\right)}$

14. Calcular:

a) $\sum_{i=1}^{6}\left(\sum_{j=2}^{4}6ij\right)$

b) $\sum_{k=1}^{4}3^k-\sum_{i=1}^{4}i^2j$

c) $\sum_{j=7}^{26}\sum_{i=1}^{n}\left(3+2i\right)j$

d) $\sum_{n=27}^{86}\sum_{k=0}^{n}\left(3^k-2^k\right)$